

数学を英語で表すと・・・

内田 芳宏

1. きっかけ

2011年8月、TOEIC®を実施・運営をしている一般財団法人国際ビジネスコミュニケーション協会主催の「TOEIC®/TOEIC Bridge®教員向けセミナー」で、英語科の初瀬川正志先生と勤務校の高校3年生を対象とした TOEIC Week の2009年度の事例報告をしました。そのとき、かえつ有明中・高等学校の国際交流センター長・英語科主任・IB（国際バカロレア）研究員である久保敦先生が話された招待講演の主題は「国際コミュニケーション力」を養うことで、そしてその為には英語科だけでなく、他教科でも Critical Thinking の実践の必要性でした。そこに引き合いに出されたのが IB（国際バカロレア）プログラムでした。

2. IB プログラムとは

初めて聞いた IB プログラムに興味を持った私は、IB プログラムについて調べました。

正式には国際バカロレア資格といい、スイスの財団法人国際バカロレア機構の定める教育課程を修了すると得られる資格です。2010年時点で、全世界139カ国の3086校の学校で採用されています。

また、初等(PYP)・前期中等(MYP)・後期中等(DP)の教育課程それぞれについて一定の履修基準があり、各課程修了時に修了試験を受けて資格を得ることになります。英語、フランス語、スペイン語を公式教授言語として定められてい

るほかに、教育言語だけでなく生徒の母語の履修が必修である点で、国家が実施する教育課程とは異なります。すなわち、IB プログラムは、学校が行う教育課程であり、SAT のような個人が受けるものではないことなのです。

それぞれの課程について、テキストを入手しました。前期中等課程(MYP)向け、後期中等課程(IB)向けには、標準のスタンダード・エディション(SE)とハイレベル(HL)があり、HL はさらに HL CORE や HL Options といった様々な内容のテキストが存在し、それぞれに対応した生徒の自習書(Workbook)、教員向け指導書(for Teachers)などがあります。入手してみると Options を除きほとんどのテキストが700ページほどあり、自学自習用に PDF を中心としたハイパーテキストのCDROMやDVDROMが付いているものもありました。

勤務校数学科の教育課程とIBの履修内容を比べての印象は以下の表のようになります。

MYP 2	中学1年生程度
MYP 3	中学2年生程度
MYP 4	中学3年生程度
SE	高校1～3年生程度
HL	高校2～3年生程度
HL Options	高校3年生自由選択程度

特に、SE と HL では数学Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、A、B、C といった高等学校の指導内容が混在しながらも網羅され、HL Options に至っては、連続量の確

率分布、統計学のカイ二乗分布（検定）、写像、微分方程式、グラフ理論にまで及んでいます。

3. 数学選手権

実は、この IB プログラムに私が興味を持つことになった、もう一つの伏線があります。それが財団法人日本数学検定協会が実施している中高生向けの数学の大会である数学選手権です。2012 年度で5 回目を迎え、「数学甲子園」と名称が変わりましたが、勤務校では 2010 年度の大会で、全国準優勝となりました。

この大会が他と一線を画するのは、複数生徒で取り組む団体戦であることのほかにいろいろとあるのですが、出題される問題の一部に、英語で表記された数学の問題があります。英語表記で出題される問題の対策の 1 つの方法として、IB のテキストから類題を選べるようになりました。

大会対策用としてネットで公開されているサンプル問題は次のようです。

A card is drawn at random from an ordinary deck of 52 cards. This is done three times. Each card is replaced in the deck before the next card is drawn. What is the probability that at least one of the card will be a spade?

(52 枚のトランプから 1 枚のカードを引く。これを 3 回繰り返す。次のカードを引く前にそれぞれのカードは元に戻る。少なくとも 1 枚のカードがスペードである確率を求めよ。)

そして、その類題として以下のような問題を私は選びました。

A bag contains 3 red, 4 yellow, 5 blue marbles. Two marbles are randomly selected from the bag without replacement. What is the probability that at least one is red?

(袋の中に、赤球が 3 個、黄球が 4 個、青球が 5 個入っている。この袋の中から、同時に無作為に 2 個の球を取り出す。少なくとも 1 つが赤球である確率を求めよ。)

自分の英語力で、日本語の問題を英文に翻訳するには無理があります。同僚のネイティブの先生に常に翻訳をお願いするわけにもいきません。ネイティブの先生もまた必ずしも理系ではないので、問題の趣旨を英語で説明しなければならず、それはそれで私にとってハードルの高いものでした。IB プログラムのテキストは私の救世主になったのです。

4. 正規授業での取り組み

数学甲子園には、私が顧問をしているクラブ「数理研究部」の数学好きな生徒が第 1 回から参加しています。しかし、これでは一部の生徒だけが英文の数学の問題に接しているに過ぎません。

2012 年度より勤務校は週 6 日制になりましたが、英語教育の充実ということで、授業増のほとんどが英語の授業に割り当てられました。

世の中、英語が様々な場面で使われているのにもかかわらず、『英語以外の教科が触れることはあまりない』、『他の専門の先生がこんなふうに使われると生徒に伝わると英語の理解度が広がるのに』といったことが教員室内で話題になったことがあります。

私は、昨年度に担当していた全員履修科目の数学Ⅰの中期（２学期）から、英語表記された数学の概念や問題を導入することにしました。

英語の問題を解くための時間の確保は、次のように考えました。

・学習した章の終わり 1～2時間実施する。

そのために、章末であるので、学習した定義や定理をまず英語で表現したものを用意する。

問題は日本語で復習しようとする練習問題を英訳、またはIBのテキストから拾い出す。

つまり、もともと授業で扱う問題を英語表現することで、限られた時間内で実施できるように考えました。

・テストに英語表現問題を出题する

もう１点、せっかく英語表現に触れたのだから、やりっ放しはもったいないと考えたことです。

勤務校では、いろいろな教科で定期テストや章末のまとめテストでチャレンジ問題という形でプラスアルファの問題が出题されることがあります。

数学科も、数学が得意な生徒が早くとき終わって時間をもてあますのであれば、解けたら加点するというチャレンジ問題を出题し、最大10点まで加点することができるという申し合わせがあります。

今までは日本語でチャレンジ問題を出题していましたが、それまでの日本語に加えて英語表記問題も出题することにしました。そして、英語表記という点で、日本語表記問題よりもやや

レベルを下げて出题することにしました。

5. 授業プリントやテスト問題

プリント No.95, 96 は初めて作り、実際に使用した教材です。9月は集合、順列・組合せ、確率から授業が始まりました。この分野の数学用語は、順列、組合せ、階乗、せいぜい二項定理に限られています。

ところが、練習問題になると様々な状況が出てきます。さいころを投げる、コインを投げるといった定番の題材以外の題材が存在します。

同じ「投げる」であっても、さいころとコインでは動詞が異なります。また、さいころも単数形と複数形で異なります。確率のときには、さいころの各目の出方が一様であることを表すとき、様々な表現があることがわかりました。しかし、定番のじゃんけんの問題はありません。ここでは歴史的事実や他国の状況を考えることは止めておき、いまさらながら、文化の違いを実感する出来事でした。

さいころを投げる

→roll a die, roll 2 dice

コインを投げる

→flip a coin

コインの表・裏

→head or tail

偏りが無いさいころ

→an unbiased die（一番硬い表現）

→a regular die（通常の表現）

→a fair die（問題集にあった表現）

高1数学I A1章 場合の数と確率 No.95	2011年度
<p>English Key word</p> <p>permutation</p> <p>combination</p> <p>factorial a factorial of 8</p> <p>tree diagram</p> <p>Binomial theorem</p> <p>Binomial coefficient</p> <p>flip a coin head tail</p> <p>roll a die roll two dice</p> <p>The value of the symbol ${}_nP_r$ is given by the formula $\frac{n!}{(n-r)!}$.</p> <p>[33]How many different 3-letter "words" can be formed from the letter in the word "CANOE"?</p> <p>[34]Find the number of permutations of the letter of "CININNATT".</p> <p>[35]Express the value of ${}_nP_r$ where $n \geq 4$ and n is integer.</p> <p>[36]Consider the expansion of $(2x-3)^{10}$.</p> <p>1)Find the 4th term of the expansion.</p> <p>2)Find the coefficient of the term of x^2.</p>	<p>高1数学I A1章 場合の数と確率 No.96</p> <p>2011年度</p> <p>組番：名前</p> <p>[37]A box contains 3 English, 4 mathematics and 2 history books, all different. They are put on a shelf. In how many ways can they be arranged if books of the same subject are be kept together?</p> <p>[38]A pair of fair dice are rolled. Find the ways of rolling each of the following.</p> <p>1) a sum of 6</p> <p>2) a sum less than 7</p> <p>3) a pair of prime numbers</p> <p>[39]Find the number of n when ${}_nP_2 = 12$.</p> <p>[40]How many different ways can 6 children arrange themselves for the game of "ring-around-the-rosk"?</p> <p>[41]How many diagonals are there in a dodecagon?</p>

高1数学I
A1 章
場合の数と確率
No.120
2011 年度

組番: 名前

Key word

probability

random randomly

conditional probability

outcome result

event

trial

independent trials

sample space

exclusive event

expected value expectation value

probability distribution

[93] Box X contains 2 blue and 3 green balls. Box Y contains 1 white and 3 red balls. A ball is randomly selected from each of the boxes. Determine the probability of getting "a blue ball from X and a red ball from Y".

[94] The type of ticket used to gain access to a baseball game were recorded as people entered the stadium. The results are shown alongside.

1) What was the total attendance for the game?

2) One person is randomly selected to sit on the home team's bench. Find the probability that the person selected:

i) is a child

ii) is not a season ticket holder

iii) is an adult season ticket holder

	Adult	Child
Season ticket holder	12150	8400
Not a season ticket holder	6300	3150

高1数学I
A1 章
場合の数と確率
No.121
2011 年度

組番: 名前

[95] A box contains 10 wooden shapes. There are 5 triangles, 4 rectangles, and 1 rhombus. 2 shapes are chosen at random from the box without replacement. Calculate the probability that:

1) both are triangles

2) one of the chosen shapes is the rhombus

[96] The probability that Jack makes a free throw is $\frac{1}{3}$. He tries 5 free throws. Find the probability below.

• 3 free throw are completed.

• At least one free throw are completed.

[97] Consider a normal die is rolled 3 times. Find the expectation value of the times which the top face is 1.

[98] A person rolls a normal 6 faced die and win the 1000 times number of yen shown on the face.

1) How much does the person expect to win for one roll of the die?

2) If it costs 4000 yen to play the game, would you advise the person to play several games?

～を求めよ。

→Find (この動詞でOK)

→Consider (時々見かける)

→Calculate

(計算機を使用するときやかなり
ハードな手計算を要求される)

～は何通りですか？

→How many ways that ～？

→Find the ways that～.

→In how many ways can ○ be ～？

ネイティブの先生に聞くと必ず知っていた子供の遊びが前ページのプリントの間[40]の"ring-around-the-rosie"でした。子供が丸く手をつないで遊ぶ遊技で、子供の時によく遊んだとのこと。円順列の問題だろうとイメージはできても、きちんと知らないと問題が解けません。「かごめかごめ」を説明するのが大変なのと同じかと変に納得した記憶があります。

「方程式を解け」のような数式から何をしなければならぬかが容易に想像できる問題もありますが、確率になるとさらに表現が多様になりました。それが、前ページの2つのプリントです。

プリントの間[95]のように、図形の名称となると意外と知られていません。三角形はともかく長方形、ひし形にいたると読むことができます。二等辺三角形、正三角形も単語としては難しいです。特に順列・組合せ、確率は問題文を正確に読み取らないと、日本語ですら解けない分野です。何となくわかっていても正解できません。

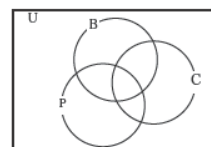
また、集合のところで次のような問題があり

ました。

Of 150 students who are taking at least one science class.

45 students are taking biology(B), 74 are taking chemistry(C), 75 are taking physics(P).

15 students are taking both chemistry and physics, 34 are taking only chemistry, 25 are taking both biology and chemistry. No one is taking all three classes. How many students are taking only biology?



1行目"Of 150 students who are taking at least

one science class."の意味は「理科の授業を少なくとも1科目履修している150人の生徒について」です。「150人の生徒が理科の授業を少なくとも1科目は履修している。」と言い換えられるのですが、このofで始まる表現は、英語科の教員によると分詞構文の副詞的表現方法というそうで、高度な表現なのだそうです。英語の教科書でみることはほとんどない表現なのだそうです。また、at least one science class からどれも履修していない生徒はいないということも示唆しています。

2行目は「45人は生物を、74人は化学を、75人は物理を履修している。」となりますが、化学からはstudentsが省略されています。3行目以降ではbothやonlyで具体的に何の科目を履修しているかを明確に表現しています。

幾何分野になると、さらに長文になります。数学Aの平面図形では、さすがに取り上げることはしませんでした。一例を挙げると以下のよ

うな問題になります。

A right triangle has a 30° angle and altitude to the hypotenuse of 5cm. Find the length of its sides and of the segments on its hypotenuse.

それでも数学 I の図形と計量では英語表現に挑戦しました。辺を表す言葉ですが、英語では平面図形では side、立体図形では edge と使い分けています。

授業では扱っていませんが、放物線と直線の位置関係を表すために、

交わる (共有点が2個)

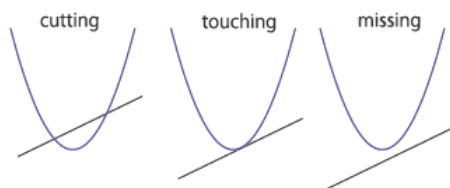
→cutting...2 points of intersection

接する (共有点が1個)

→touching...1 point of intersection

交わらない (共有点が0個)

→missing...no points of intersection



立ち入り禁止を keep out というように、〇〇しないという否定の表現を英語では肯定的な表現で表すことができます。交わらないという否定を missing という肯定で表すのです。

imaginary number が虚数と訳されているように、数学の言葉の定義の英語表現を知って、日本語表現の意味が分かったと言われたこともあります。

ほかにももっと事例はあるのですが、英語表

現と日本語表現の両方を知ることで、意味が深まるようなこともあるようです。

英語の動詞の let も数学の定義や問題でたくさん使われます。使役動詞の let は「〇〇を××とする」という表現に用います。〇〇is ××. という be 動詞でも表現できますが、let を使うと Let 〇〇 be ××.になります。

a を正方形 A の 1 辺の長さとする。

→ Let a be a length of a side of square A.

→A length of a side of square A is a a .

英文の特徴で、上の 2 つ目のような主語が長い場合、別の表現をすることがあります。その点から見て、命令文で表現することで、主語が長くならないようにすることができるので、新しい概念の説明のところでは、let で表現されている場合が多くなります。

また、条件を表すときに、if~then 文や関係副詞 where も多用されます。指導した分野から離れますが、例を並べます。

・ The complex number z is a solution of the equation. $\sqrt{z} = \frac{4}{1+i} + 7 - 2i$. Express z in the form of $a + bi$ where both a and b are integer.

・ If $f(x) = e^x$, then $f'(x) = e^x$.

次ページの 2 つのプリント No.176, 188 は三角比のまとめです。あまり難しい問題よりも、復習を兼ねたものを作りました。

IB におけるこの単元の特徴は、関数電卓の使用を前提に問題が作成されていることです。

$\cos 38^\circ$ や $\tan \theta = 0.5$ を求めるだけでなく、正

弦定理や余弦定理を用いる問題であっても、近似値として値を求めさせることが多いです。特別角を求めるときや特別角を用いる場合は、without technology、without using a calculator や exact value と指示があります。

・ A rhombus has sides of length 12 cm, and an angle of 72° . Find its area.

・ Without using a calculator, find $\sin \theta$, if $\cos \theta = \frac{1}{3}$, where $0 \leq \theta \leq \pi$.

最後に、2回分のテスト問題を掲載します。日本語表現と英語表現の問題です。④は単元末のテスト、⑤は定期テストです。


印象としてチャレンジ問題への挑戦が増えました。英語表現問題へ挑戦してくれている印象があります。チャレンジ問題は、できた分だけ加点されますから、まずチャレンジ問題から先にやる生徒も出てきました。担当者の気持ちとしては、チャレンジ問題以外を先に解き、時間が余ったときに解いてほしいわけですが、意欲的という解釈をしたいと思います。

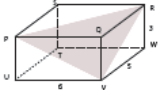
6. 生徒からのコメント

勤務校では、全ての教科、科目で毎年授業アンケートを記名式で行っています。アンケートの項目は、

- ・積極的に質問したり、先生の質問に答えたりしているか。
- ・私語や居眠りをせずに熱心に受講したか。
- ・説明は分かりやすいか。

等 10 項目です。そして、最後に感想や一言コメント等が書ける自由項目があります。習った単

高 1 数学 I 4 章 図形の計量		No.176	2011 年度
		組 番 : 名前	
Key Word			
right angle		angle of elevation	
right angled triangle		angle of depression	
hypotenuse		isosceles triangle	
side		equilateral triangle	
opposite side		radius	
adjacent side		chord	
trigonometric ratios		Pythagoras' theorem	
sine		unit circle	
cosine		x-axis, y-axis	
tangent		coordinate	
acute angle		x-coordinate, y-coordinate	
obtuse angle			
[24] Let the length of BC and AB be x and a. Show x in terms of a with trigonometric ratios.			
			
[25] Expand and simplify: $(\cos \theta - \sin \theta)^2$			
[26] Factorise $\tan^2 \theta - 3 \tan \theta + 2$			
[27] If $\sin \theta = \frac{5}{13}$, where θ is obtuse angle, Find the value of $\cos \theta$ and $\tan \theta$.			
[28] P is on the circle whose radius is 10. Find the coordinate of P if $\theta = 50^\circ$.			

高 1 数学 I 4 章 図形の計量		No.188	2011 年度
		組 番 : 名前	
Key Word			
area	base	height	
altitude			
sine rule			
cosine rule			
sphere			
(outer) surface area			
volume			
cylinder			
cone			
[A] Find the measure of $\cos \angle PVR$ and the area of $\triangle PVR$.			
			
[B] Find the area of the dodecagon which is inscribed in the circle whose radius is 1.			

① 日本語

箱の中に1から9までの数字を書いたカードが1枚ずつ入っている。ただし、異なるカードには必ず異なる数字が書かれているものとする。この箱から2枚のカードを同時に選び、小さい方の数字をXとする。選んだ2枚のカードを箱に戻して、再び2枚のカードを選び、小さい方の数字をYとする。X=Yとなる確率を求めよ。

英語

Bag A contains 3 red and 2 white marbles. Bag B contains 4 red and 3 white marbles. One marble is randomly selected from A. If it is red, 2 red marbles are added to B. If it is white, 2 white marbles are added to B.

2 marbles are then selected from B. Find the expectation value of the numbers that white marbles are selected.

② 日本語

$a > \sqrt{2}$ のとき, 3つの数 $\frac{a+2}{a+1}$, $\frac{a}{2} + \frac{1}{a}$, $\sqrt{2}$ の大小を比べて下さい。(小さい順に不等号を用いること)

英語

A quadratic equation $x^2 + 2px + p = 0$ has 2 solutions α , β .

Find the value of the constant p where $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = -9$.

元に関する英単語や熟語、表現などを習ったり、英語表現の問題を解いたりしたことをどのように感じたり、思ったりしているかを中心に書いてもらいました。

- ・英語の問題は面白かったが、結構程度が高く難しかった。
- ・英語の問題は面白いが、もう少しゆっくり解きたかった。
- ・英語プリントは面白い。
- ・数学で英語の問題を出すのはとてもよいと思う。これからの日本では英語が重要になってくると思うので、少し難しいけどこれからも続けてほしい。
- ・英語の問題を解くことが、普段の数学の授業と違い気晴らしになった。
- ・英語の問題はあってよかったと思っている。

- ・英語の問題はよい。
- ・英語の問題はよく分からない。問題自体は分かるが、単語を覚えきれない。
- ・英語問題をどんどんやってほしい。
- ・英語という新しいやり方には感動した。グローバルな授業で楽しかった。
- ・英語問題は好き。
- ・英語の問題はとてもいいアイデアだと思う。
- ・英語問題は新鮮でよかった。
- ・英語は面白かった。
- ・英語の問題は、数学の単語を英語で何というのかが分かり楽しかった。
- ・英語の問題をもっとやりたい。
- ・英語のチャレンジ問題不要。
- ・英語プリントをやる時間があるなら、日本語の復習問題をやってほしい。

- ・英語を学ぶという点では、よいことだと思うが、テストに出す必要性が分からない。
- ・内容としては面白いが、実際の模試や英語関係の検定にも出題されることはないし、会話で使うこともない。本当に必要だろうか。
- ・英語問題はよいが、授業のプリントとテストの問題の差がありすぎるのではないか。
- ・大学受験には不要だ。
- ・英語はいらない。
- ・数学の授業でまで英語はやりたくない。
- ・英語問題の中の数学の単語以外の表現が難しい。
- ・英語問題をやる時間があるなら、大学入試問題を授業でやってほしい。

7. 終わりに

アンケートの結果では、数学の得意な生徒が必ずしも肯定的な意見を書いているわけではありません。記名式なので誰が書いたのかが分かりますから、思いがストレートに伝わってきます。数学の成績との相関はあまり見られないように思いますが、英語表現に関してはおおむね肯定的と捉えています。

感想を書かなかった生徒からもいろいろ聞いてみると、殆どの生徒が肯定的な印象を持っていました。総じて、少しあるいはかなり難しいが、それが絶対に嫌ということではなく、やってみると面白いという印象でした。

また、何人かの生徒が『英語表現問題の方が、日本語表現問題より、前後の関係や条件が厳密によくわかるから、英語だけにしてほしい』と言いに来てくれたこともありました。英語の授業以外でも英語に触れることを目的として始め

た英語表現問題ですが、課題も多いです。

専門用語の単語リストは、作成自体大したことはありませんが、何人かの生徒からも指摘があるように、実際の問題になったときの英語表現の難しさ、複雑さに戸惑い、きちんと解釈ができないことがあるということです。しかし、英語表現問題を易しくして、チャレンジ問題ではない方に組み込むことは難しいと考えています。

又、IB プログラムのテキストの中には日本と教科書とは異なる視点の単元もあり、授業の参考にしたり、新しい発見もあったりしました。しかし、IB プログラムに則って授業を実施することは、勤務校数学科のカリキュラムがある以上、難しいと考えられます。

さらに、他社は分かりませんが、少なくとも東京書籍は新課程の中学用検定教科書を英語に翻訳したテキストを有償で提供し始めました。英文のレベルを考えても、英語の初学者用ではありません。東京書籍のとった行動は何かしらのニーズがあることが伺えるわけで、今後高等学校の検定教科書でも翻訳されるようになれば、私にとって実施している現状がどんどん変わっていく可能性があります。

英語表現問題をどう取り扱うかは、私自身としてもまだ始めたばかりです。IB プログラム以外にも SAT の数学問題集にも興味があります。生徒の反応や英語教育の多様性を考えると、様々な場面で英語に生徒が接触することの意味は大きいと感じております。

これからも続けて、生徒も納得のいくよい教材を作り、よい授業を構築していこうと思います。お気づきの点がありましたら、いつでもご指摘頂ければと思います。よろしくお願い申し

上げます。

8. 参考文献

- ・東京書籍英語版中学1～3年生教科書（東京書籍，2012年）
- ・新訂数学シリーズ（大日本図書，2006～2012）
基礎数学・新基礎数学・線形代数・確率統計・
微分積分Ⅰ，Ⅱ・応用数学
- ・数学検定英語版テキスト（3級&4級）
（財団法人 日本数学検定協会，2009）
- ・Mathematics for the international student
（Haese & Harris Publications,
AUSTRALIA, 2005, 2009, 2010）
MYP 3 (for use with IB Middle Years
Programme)
MYP 4 (for use with IB Middle Years
Programme)
Mathematics SL second edition (for use
with IB Diploma Programme)
Mathematics HL (Core) second edition
(for use with IB Diploma Programme)
Mathematics HL (Options) (for use with
IB Diploma Programme)
- ・Mathematics for the IB Diploma
（Cambridge University Press,
UK, 2008, 2011）
Higher Level 1
Higher Level 2
Higher Level Topic 8 (Statistics and
Probability)